



Numerakles

... und seine sechs Aufgaben

1 Prolog

Numerakles studiert an der renommierten Akademie der Helden den Studiengang „klassischer Held“ und steht kurz vor dem Abschluss seines von Irrfahrten, Orakeln, eitlen Göttern und sonstigen Unannehmlichkeiten geprägten Studiums. Da es sich um einen wegen Sparmaßnahmen gekürzten Studiengang handelt, besteht die Abschlussprüfung aus nur sechs (statt der sonst für klassische Helden üblichen zwölf) praktischen Aufgaben.

Hilf Numerakles, die sechs Aufgaben zu lösen!

2 Die sechs Aufgaben

Die Prüfung beginnt mit einer Aufgabe aus dem Bereich der Schädlingsbekämpfung, nämlich einem Kräfteressen mit garstigen Vogelungeheuern:

Thema vom 09. Mai 2014. Einsenden der Lösungen bis 11. Juli 2014.

Schülerzirkel Mathematik, Fakultät für Mathematik, 93040 Regensburg

<http://www.mathematik.uni-r.de/schuelerzirkel>, schueler.zirkel@mathematik.uni-regensburg.de

Aufgabe 1 (Vertreibung der Vögel*). Nach längeren Verhandlungen mit Numerakles willigen die Vögel ein, zu verschwinden, wenn Numerakles zwei aufeinanderfolgende von insgesamt drei Kämpfen gewinnt. Er muss dabei abwechselnd gegen den kleinsten und gegen den größten Vogel antreten, also entweder

Kleinster – Größter – Kleinster
oder
Größter – Kleinster – Größter.

Der größte Vogel ist gefährlicher und kämpft besser als der kleinste. Für welche Reihenfolge sollte sich Numerakles entscheiden? Begründe Deine Antwort!

Die zweite Aufgabe besteht darin, goldene Äpfel zu stehlen. Numerakles überlegt sich, dass es wohl günstiger ist, jemand anderes dazu anzustiften, diese Aufgabe für ihn zu erledigen. Seine Wahl trifft auf Atlas, den er mit einem Würfelspiel um den Finger wickelt:

Aufgabe 2 (alea iacta est*). Numerakles bittet Atlas, drei gewöhnliche Würfel zu werfen, einen schwarzen, einen silbernen und einen goldenen. Das Ergebnis soll er sich (zusammen mit den jeweiligen Farben) merken und Numerakles weder zeigen noch nennen. Danach möge er die vom schwarzen Würfel gezeigte Zahl mit 2 multiplizieren, zum Ergebnis 5 addieren und dann die so erhaltene Zahl mit 5 multiplizieren. Hierzu addiere er weiter die vom silbernen Würfel gezeigte Zahl, multipliziere das Ergebnis mit 10, addiere zur so erhaltenen Zahl die vom goldenen Würfel gezeigte Zahl und nenne das Endergebnis.

1. Atlas nennt als Endergebnis 484. Mit welchen Würfeln hat er welche Augenzahlen geworfen? Begründe Deine Antwort!
2. Ist es immer möglich, mit diesem Verfahren, die drei gewürfelten Augenzahlen eindeutig zu ermitteln? Begründe Deine Antwort!

Atlas ist von Numerakles hellseherischen Fähigkeiten so beeindruckt, dass er den von Numerakles gewünschten Diebstahl der goldenen Äpfel begeht.

Als nächstes gilt es, einen wahnsinnigen Stier zu bändigen:

Aufgabe 3 (Wer kommt zur rechten Zeit ...).** Aus der Ferne beobachtet Numerakles, dass der wahnsinnige Stier jeden Tag zur selben Zeit ein Nickerchen einlegt (und damit zu dieser Zeit zu einer leichten Beute wird) – nämlich genau dann, wenn zwischen 8 und 9 Uhr der Minuten- und der Stundenzeiger seiner Uhr exakt übereinander stehen (die Zeiger bewegen sich gleichmäßig ohne irgendwelche Sprünge). Zu welcher Zeit beginnt also das Nickerchen? Begründe Deine Antwort!

Numerakles gelingt es tatsächlich mit dieser Strategie den Stier zu bändigen und fristgerecht im zuständigen Prüfungsamt der Akademie einzureichen.

In einer anständigen Heldenprüfung darf natürlich auch die Erlegung drachenartiger Wesen nicht fehlen:

Aufgabe 4 (Hydra).** Die Hydra ist ein Schlangentier mit viel zu vielen Köpfen und Augen. Numerakles stellt schnell fest, dass es sich bei der Anzahl der Köpfe und Augen um sechsstellige Zahlen handelt. Außerdem bemerkt er folgendes:

- Die Anzahl der Augen endet auf 7. Multipliziert man die Anzahl der Augen mit 5, so erhält man dieselbe Ziffernfolge, bis auf den Unterschied, dass die an der letzten Stelle stehende 7 an die erste Stelle wandert.
- Die Anzahl der Köpfe beginnt mit 1. Multipliziert man sie mit 3, so erhält man dieselbe Ziffernfolge, bis auf den Unterschied, dass die an der ersten Stelle stehende 1 an die letzte Stelle wandert.

Wieviele Köpfe bzw. Augen hat die Hydra? Begründe Deine Antwort!

Nach dieser Analyse der Hydra ist es Numerakles ein leichtes, das Ungeheuer zu besiegen und sich der nächsten Aufgabe zu widmen.

Diese besteht darin, den Wächter der Unterwelt an die Oberwelt zu locken:

Aufgabe 5 (Rolltreppe in die Unterwelt).** Die Unterwelt kann von der Oberwelt durch eine abwärts fahrende Rolltreppe erreicht werden. Geht Numerakles die Rolltreppe hinab, so zählt er 60 Stufen; geht er die Rolltreppe (entgegen der Fahrtrichtung) im selben Tempo hoch, so zählt er 90 Stufen. Der Wächter der Unterwelt ist bereit, Numerakles in die Oberwelt zu begleiten, wenn dieser ihm nennen kann, wieviele Stufen Numerakles steigen müsste, wenn die Rolltreppe stillstehen würde. Was sollte Numerakles antworten? Begründe Deine Antwort!

Den Abschluss der Prüfung bildet der Auftrag, einen Riesen um seine Rinderherde zu bringen. Numerakles sucht den Riesen auf und stellt fest, dass der Riese einen hundertstöckigen Turm als Stehtischchen verwendet. Mit seiner Eloquenz überredet Numerakles den Riesen dazu, seine Rinderherde als Preis für die richtige Antwort auf die folgende Frage auszusetzen:

Aufgabe 6 (das Ei fällt nicht weit vom Turm*).** Der Riese gibt Numerakles zwei identische Eier und Zugang zu dem hundertstöckigen Turm. Das Ziel ist es, das höchste Stockwerk zu finden, von dem aus ein solches Ei den Flug nach unten unbeschadet übersteht.

Falls ein Ei herunterfällt und nicht beschädigt ist, kann es wiederverwendet werden; ist es jedoch beschädigt, so kann es nicht nochmal verwendet werden. Falls ein Ei beim Sturz aus einem Stockwerk beschädigt wird, so gilt dies auch für alle höheren Stockwerke.

Was ist die minimale Anzahl von Würfeln, die maximal nötig ist, um das höchste Stockwerk zu finden, von dem aus die gegebenen Eier den Flug nach unten unbeschadet überstehen? Begründe Deine Antwort!

Weiterführende Links

<http://de.wikipedia.org/wiki/Herakles>