

## Weihnachtsrätsel

Zur Weihnachtszeit stellen wir euch diesmal ein paar knifflige Weihnachtsrätsel, die darauf warten, von euch gelöst zu werden. Die Aufgaben haben wir aus dem sehr unterhaltsamen Buch „Die Mathe-Wichtel, Band 2“ von Stephanie Schiemann und Robert Wöstenfeld<sup>1</sup> entnommen und den Text dabei teilweise gekürzt oder adaptiert.

Viel Spaß beim weihnachtlichen Knobeln!

- ☐ **Aufgabe 1 (Der Wichtel-Faktor\*** (nur für die Klassen 7/8) [4 Punkte]). Die folgenden fünf Weihnachtsbands werden von einer Jury aus sieben Wichteln bewertet. Die Jury verteilt Noten zwischen 0,0 und 10,0 in 0,5-er Schritten. Hier siehst du das Jury-Ergebnis:

Rot-Weiß	Tanzwichtel	Snowflakes	Santa's Band	Engelklänge
7,0	3,5	7,0	2,5	8,0
7,0	9,5	7,5	7,5	8,5
9,0	4,0	6,5	8,0	5,5
9,5	6,0	10,0	8,0	5,0
6,5	6,5	7,5	8,0	8,0
7,0	6,0	7,0	7,0	8,0
7,5	5,5	5,0	7,5	4,5

Nun gibt es vier Vorschläge für die Gesamtbewertung:

1. Die beiden höchsten und die beiden niedrigsten Wertungen einer Band werden gestrichen und die verbleibenden drei Punktzahlen werden addiert.
2. Die höchste durchschnittliche Bewertung zählt.
3. Nur die höchste Punktzahl zählt.
4. Es werden alle vergebenen Punktzahlen eines Teams der Größe nach geordnet und nur die Punktzahl an der mittleren Position (der sog. „Median“) zählt.

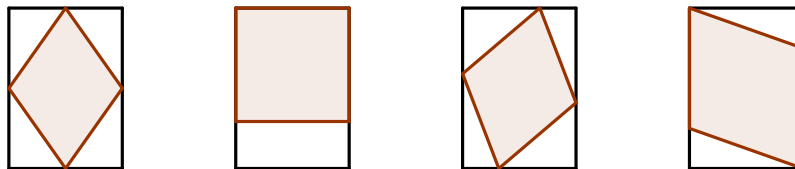
Bestimme bei jedem der vier Vorschläge die Reihenfolge der Bands.

- ☐ **Aufgabe 2 (Wunschzetteltresor\*** (nur für die Klassen 7/8) [4 Punkte]). Der Tresor, in dem alle Wunschzettel gelagert werden, hat einen dreistelligen Code  $ABC$ . Über den Code weißt du folgendes:  $ABC$  ist eine Primzahl. Die beiden zweistelligen Zahlen  $AB$  und  $BC$  in dieser Zahl sind auch Primzahlen. Und die drei einstelligen Zahlen  $A$ ,  $B$  und  $C$  sind ebenfalls Primzahlen. Bestimme die Anzahl an Kombinationen, die du probieren musst, um den Tresor zu knacken, wenn du dabei alle angegebenen Informationen berücksichtigst.

Hinweis. Wie du sicher weißt, zählt die Zahl 1 nicht zu den Primzahlen.

☐ **Aufgabe 3 (Wichtelbook-Party\* [4 Punkte]).** Auch Weihnachtswichtel nutzen gerne ein soziales Netzwerk, das „Wichtelbook“, in dem sie miteinander Freundschaften abschließen können. Die einzige Regel dabei ist, dass niemand mehr als 40 Freunde haben kann. Zum Weihnachtsabend lädt Frodo Freunde aus dem Wichtelbook ein: „Ich lade dort einfach alle meine 21 Freunde ein. Damit der Abend lustiger wird, sollen zusätzlich auch alle Freunde meiner Freunde eine Einladung erhalten.“ Leider weiß Frodo nicht genau, wie viele und welche Freunde jeder seiner Freunde hat. Er weiß nur, dass jeder seiner Freunde mehr Freunde hat als er selbst. Frodo überlegt nun, wie viele Wichtel am Weihnachtsabend mindestens und höchstens kommen werden, wenn alle eingeladenen Wichtel tatsächlich erscheinen. Kannst du ihm dabei helfen?

☐ **Aufgabe 4 (Der Weihnachtsmann holt die R(a)ute raus\*\* [4 Punkte]).** Der Weihnachtsmann schneidet aus einem DIN-A4-Blatt vier verschiedene Rauten aus und grübelt, welche den größten Flächeninhalt hat. Du kannst die vier Möglichkeiten in der folgenden Abbildung sehen.



Begründe, welche der vier Rauten den größten Flächeninhalt hat.

☐ **Aufgabe 5 (Das gestreifte Schaf\*\* [4 Punkte]).** Im Weihnachtsdorf gibt es eine große Schafherde. Eines der Schafe ist seltsamerweise gestreift. Schäfer Benno kümmert sich liebevoll um alle Schafe. Eines Tages macht er eine interessante Entdeckung: Wenn er die Schafe in Paare aufteilt, bleibt das gestreifte Schaf übrig. Wenn er sie in Dreiergruppen aufteilt, bleibt auch das gestreifte Schaf übrig. Auch wenn er sie in Gruppen zu je vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun und zehn Schafen aufteilt, bleibt immer das eine gestreifte Schaf alleine übrig. Berechne die kleinste Anzahl an Schafen, die Bennos Herde unter diesen Bedingungen haben kann.

Hinweis. Die Herde besteht natürlich aus mehr als einem Schaf.

☐ **Aufgabe 6 (Weihnachtsbaum 2.0\*\* [4 Punkte]).** Der Weihnachtsmann hat in diesem Jahr einen besonderen Weihnachtsbaum. Die Kugeln hängen nicht am Baum, sondern schweben frei um den Baum herum. Es gibt 25 Kugeln: 16 rote, fünf weiße und vier gelbe. Aber das ist noch nicht alles: Treffen sich zufälligerweise zwei Kugeln mit unterschiedlichen Farben, so ändern sie ihre Farbe und nehmen die jeweils dritte Farbe an. Bei gleichfarbigen Zusammenstößen oder bei mehr als zwei beteiligten Kugeln passiert nichts. Die Schwebe- und Lichtershow beginnt. Nach einiger Zeit fragt sich der Weihnachtsmann schockiert: „Kann es eigentlich passieren, dass irgendwann alle Kugeln dieselbe Farbe haben und damit keine Farbwechsel mehr stattfinden?!“ Finde heraus, ob das möglich ist, und wenn ja, welche Farbe alle Kugeln dann haben.